

گوش زمین به دور خورشید، گردش ماه به دور زمین، ضربان قلب انسان، ارتعاش تار یک گمانچه یا تار دسه تار بالا و پایین رفتن تاب بار، پیدایش فصل به سال، طلوع و غروب خورشید، یا حرکت یک فنک ساده حرکت وزنه که به یک فنر متصل است و مثال به بسیار دیگر مانند اینها، حرکت به دور بار هستند که با لفظ از چشم بار تکرار میشوند. در این فصل با نوسان دور که نوعی از نوسان است آشنا شده و غرض از این نوع نوسان به نام حرکت هماهنگ ساده را بررسی می کنیم.

* نوسان دوری:

نوسان می تواند دور یا غیر دور باشد، مثلاً شکل زیر تصویر از ضربان یک (ریتیم) قلب یک شخص را نشان می دهد. نقش این تصویر به طور فزاینده تکرار میشوند، که بدان چرخه (سیکل) نوسان گفته می شود. چنین نوسانی را که هر چرخه آن در دور یک دیگر تکرار شود، نوسان دور می نامند.

* دوره تناوب:

مدت زمان یک چرخه، دوره تناوب حرکت نامیده می شود و آن را با «T» نمایش می دهند و واحد آن در SI

ثانیه (s) می باشد. اگر یک نوسان دور، n چرخه در مدت t انجام شود، دوره تناوب این حرکت $T = \frac{t}{n}$

* بسامد (فرکانس):

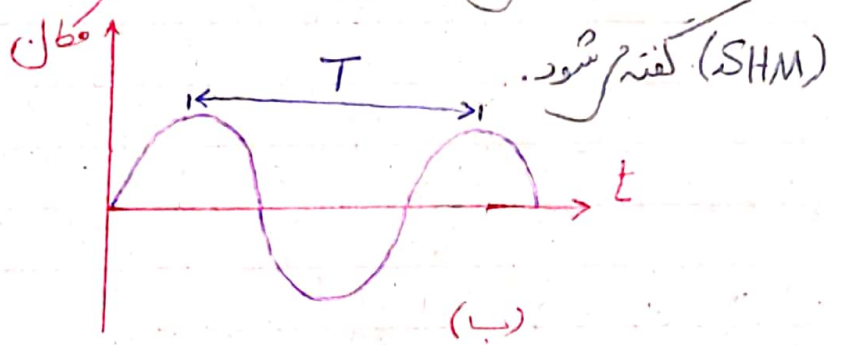
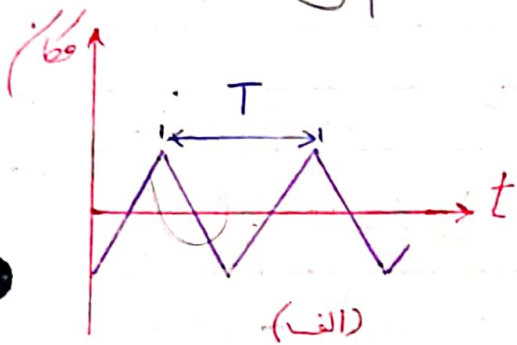
تعداد نوسان به کامل (تعداد چرخه به هر ثانیه) نامیده می شود و آن را

با f نشان می دهند. بنابراین: (با توجه به تعریف این کمیت، بسامد و دوره تناوب عکس یکدیگرند) $f = \frac{1}{T}$

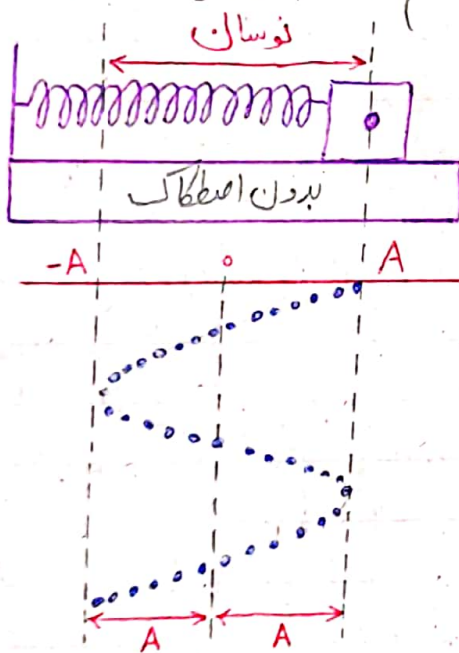
یکار بسامد در SI هرتز (Hz) یا $\frac{1}{s}$ است.

حرکت هماهنگ ساده:

شکل (الف) زیر نمودار مکان-زمان دو نمونه از نوسان در درازای را نشان می‌دهند همانطور که مشاهده می‌کنید. شکل (ب) نوسان در درازای را نشان می‌دهد که به طور سینوسی رخ داده است. به نوسان هر سینوسی حرکت هماهنگ ساده

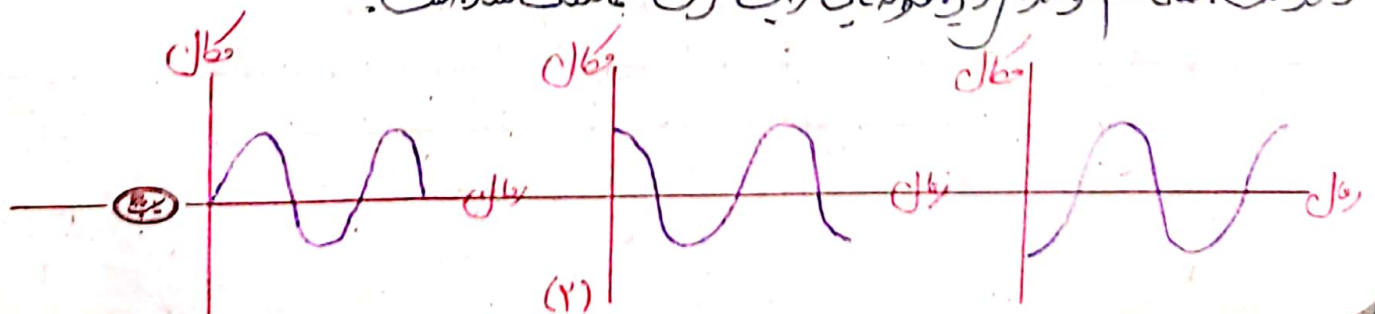


یک نمونه معروف از حرکت هماهنگ ساده، جرمی است که به یک فنر نوسانی می‌لغزد. به شکل زیر دقت کنید:



اگر جرم به اندازه چند سانتی متر کشیده و سپس رها شود، به جلو و عقب نوسان خواهد کرد. اگر حالت شکل مکان جرم را در بازه زمانی معینی و یکسان ثبت کنیم نمودار مانند شکل مقابل را مشاهده می‌کنیم که در آن جرم بین $x = +A$ و $x = -A$ به جلو و عقب می‌رود که A دامنه حرکت است.

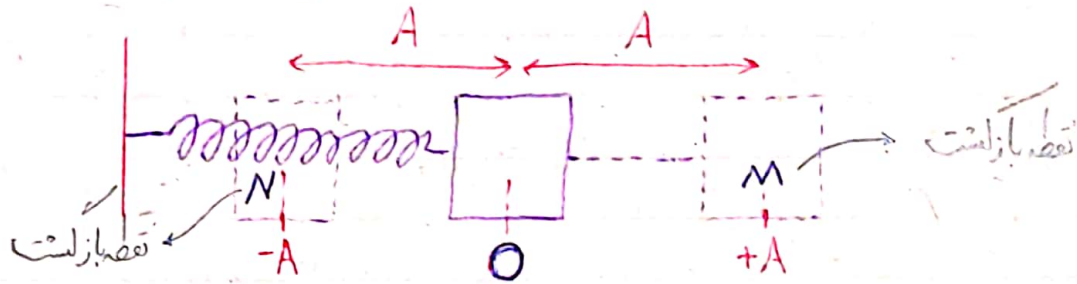
نکته: به طور کلی، به همه تابع هر سینوسی یا کسینوسی، تابع سینوسی گفته می‌شود. در واقع حجم نوع تغییرات مکان و شتابی نمودار است. مثلاً غما نمودار زیر، نمونه ای از یک حرکت هماهنگ ساده است.



* دامنه: بیشینه فاصله جسم از نقطه تعادل است.

* نقطه بازگشت:

به نقاط $x = \pm A$ که در آن نقاط سرعت نوسانگر صفر شده و به نقطه تعادل بازمی گردد نقاط بازگشت می گویند.



$$A = \frac{mN}{2}$$

نکته (۱): دامنه برابر نصف طول پاره خط نوسان است.

نکته (۲): در طول یک دوره، نوسانگر دو بار خط نوسان را طی می کند.

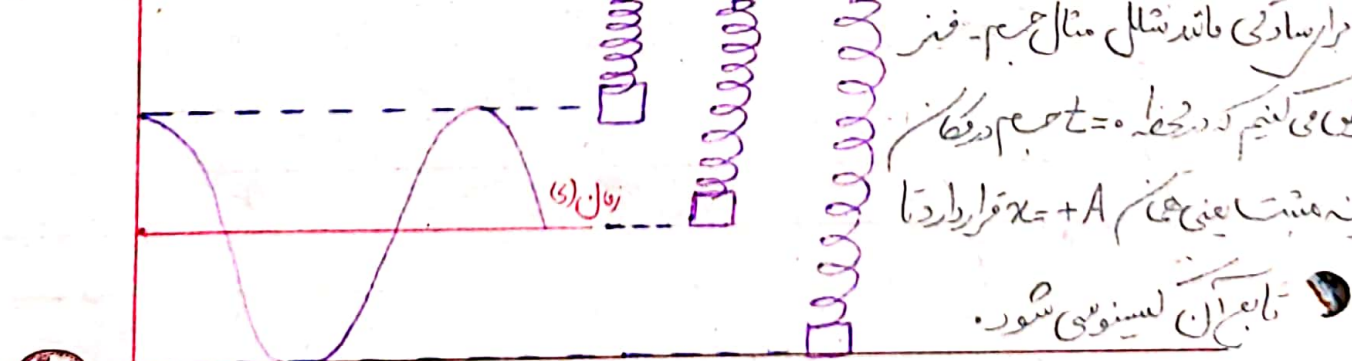
نکته (۳): در طول یک دوره، مسافت طی شده توسط نوسانگر برابر $4A$ است.

نکته (۴): در طول یک دوره، جام جامی نوسانگر صفر است.

در حرکت هماهنگ ساده، غولک و مکان - زمان، غولک و سینوسی است. یعنی مکان (یا جام جامی نسبت به نقطه تعادل)

را می توان به صورت تابعی سینوسی یا کسینوسی از زمان نوشت.

مکان (cm)



(۳)

بنابر این تابع مکان نوسانگر در حساب زمان را می توان به صورت زیر نوشت:

$$x = A \cos(\omega t)$$

x : مکان نوسانگر / A : دامنه / ω : بسامد زاویه ای

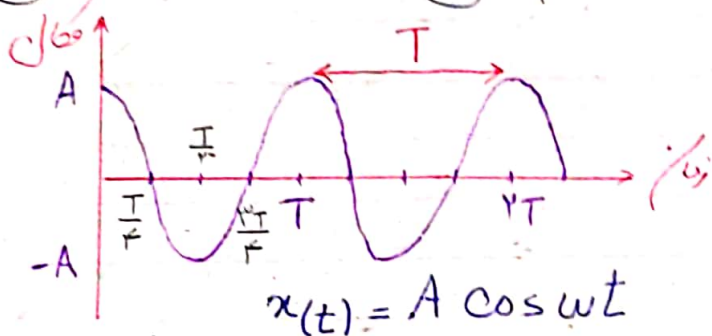
بکار می آید: "فاصله از مرکز فاز" یا "شماره می گویند"

در این رابطه ω بسامد زاویه ای نوسانگر می باشد که برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

که با بسامد زاویه ای در SI برابر $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است (رایان بر ثانیه)

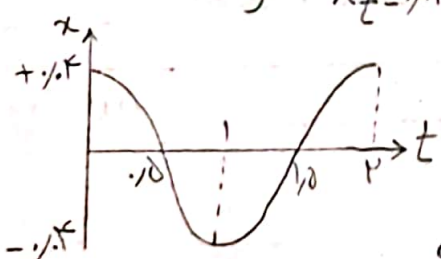
باتوجه به رابطه $x = A \cos(\omega t)$ نمودار مکان-زمان برای حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر می باشد:



مثال: جرمی متصل به یک فنر با بسامد 5 Hz و دامنه 4 cm به طور هماهنگ در امتداد قائم نوسان می کند. با فرض

اینکه این نوسانگر در لحظه $t = 0$ در بالاترین نقطه نوسان است، معادله زیر را بدست آورید: $A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$

الف) معادله مکان-زمان این نوسانگر را در SI بنویسید $\omega = 2\pi f = 10\pi$ $\Rightarrow x_t = 0.04 \cos 10\pi t$



ب) نمودار مکان-زمان آن را در طی یک دور رسم کنید

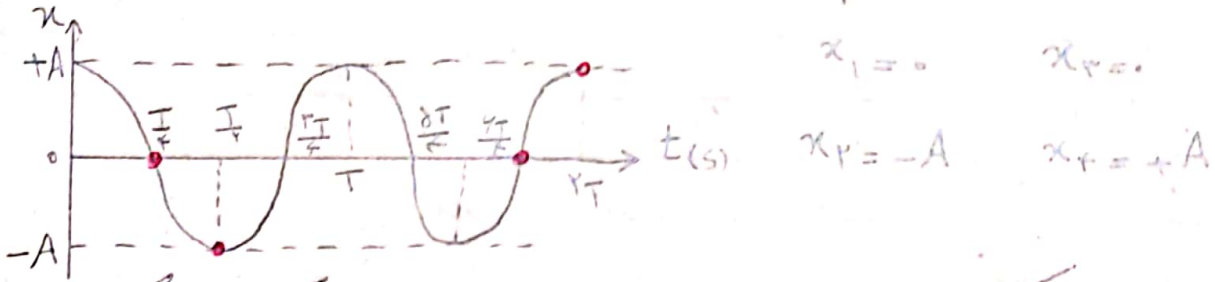
ج) در لحظه $t = \frac{1}{3}$ این نوسانگر در چه فاصله ای از مرکز تعادل قرار دارد؟

$$x = 0.04 \cos 10\pi t \quad t = \frac{1}{3} \rightarrow x = 0.04 \cos \frac{\pi}{3} = 0.04 \times \frac{1}{2} = 0.02 \text{ m}$$

مثال: ذره در حال نوسان هماهنگ ساده با دوره تناوب T است. با فرض اینکه در $t=0$ ذره در $x=A$ باشد:

الف: در هر یک از نقاط زیر مکان نوسانگر کدام یک از عبارات $x=+A$ یا $x=-A$ یا $x=0$ می باشد؟

$$t_1 = 0.25T, \quad t_2 = 0.5T, \quad t_3 = 1.75T, \quad t_4 = 2T$$



ب: سرعت متوسط این نوسانگر را بر حسب دامنه و دوره در بازه زمانی $t_4 - t_2$ بدست آورید؟

$$V_{avr} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_4 - x_2}{t_4 - t_2} = \frac{A - (-A)}{2T - 0.5T} = \frac{2A}{1.5T} = \frac{4}{3} \frac{A}{T}$$

* پرسش: در حرکت هماهنگ ساده مکان باید پس از گذشت یک دوره تناوب برابر مقدار اولیه اش شود،

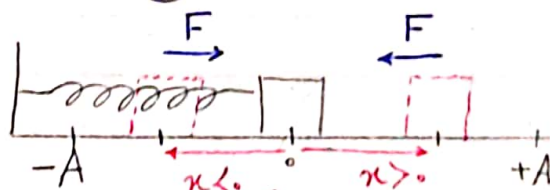
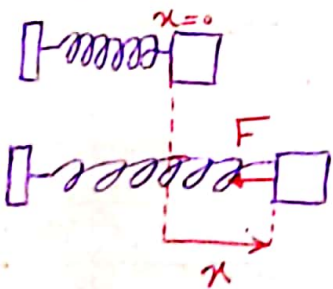
بنابراین $A \cos \omega t = A \cos \omega(t+T)$ است. براین اساس نشان دهید $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است؟ رابطه اثبات شد.

$$\left. \begin{aligned} \cos \omega t &= \cos(\omega t + 2\pi) \\ \cos \omega t &= \cos(\omega t + \omega T) \end{aligned} \right\} \omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

* قانون هوک:

در فصل دینامیک بیان کردیم که طبق قانون هوک رابطه بین نیروی کشش فنر و میزان جابجایی جسم متصل

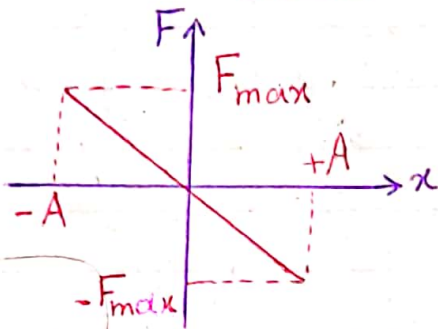
بدان از نقطه تعادل به صورت $F = kx$ می باشد.



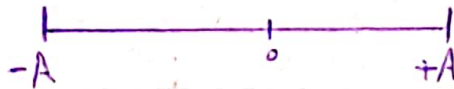
تذکره مهم: بنابراین نتیجه می گیریم در این نوع حرکت مکان بارگذاری و علامت و جهت هستند (۵)

آنرا می‌گویند: نکته بسیار مهم آن است که بازمانده جسم در سمت راست نقطه تعادل قرار گیرد، نیرو کشش نیز
مایل است آن را به سمت چپ بکشد تا به حالت تعادل برود و وقتی جسم در سمت چپ نقطه تعادل قرار گیرد
نیرو کشش نیز آن را به سمت راست می‌کشد، به عبارت دیگر می‌توان گفت: مکان نویسنده با نیرو بازگرداننده
آن به حالت تعادل همواره مختلف علامت هستند.

با توجه به نکته فوق می‌توان معادله قانون هوک را به صورت $F = -kx$ بیان کرد و نمودار
نمود. مکان مطابق شکل زیر است:



* در یک حرکت نویسنده ساده:



- در دو انتهای مسیر اندازه مکان، شتاب و نیرو بیشینه بوده و اندازه سرعت صفر می‌باشد.

- در نقطه تعادل (مرکز نویسنده) تدریس بیشینه بوده و اندازه مکان، شتاب و نیرو صفر است.

- با توجه به قانون دوم نیوتن شتاب و نیرو همواره هم علامتند $(\vec{F} = m\vec{a})$

- با توجه به قانون هوک مکان با شتاب و نیرو همواره مختلف علامت می‌باشند.

- علامت سرعت را جهت حرکت آن تعیین می‌کند. v^+ در جهت محور v^- در خلاف جهت محور

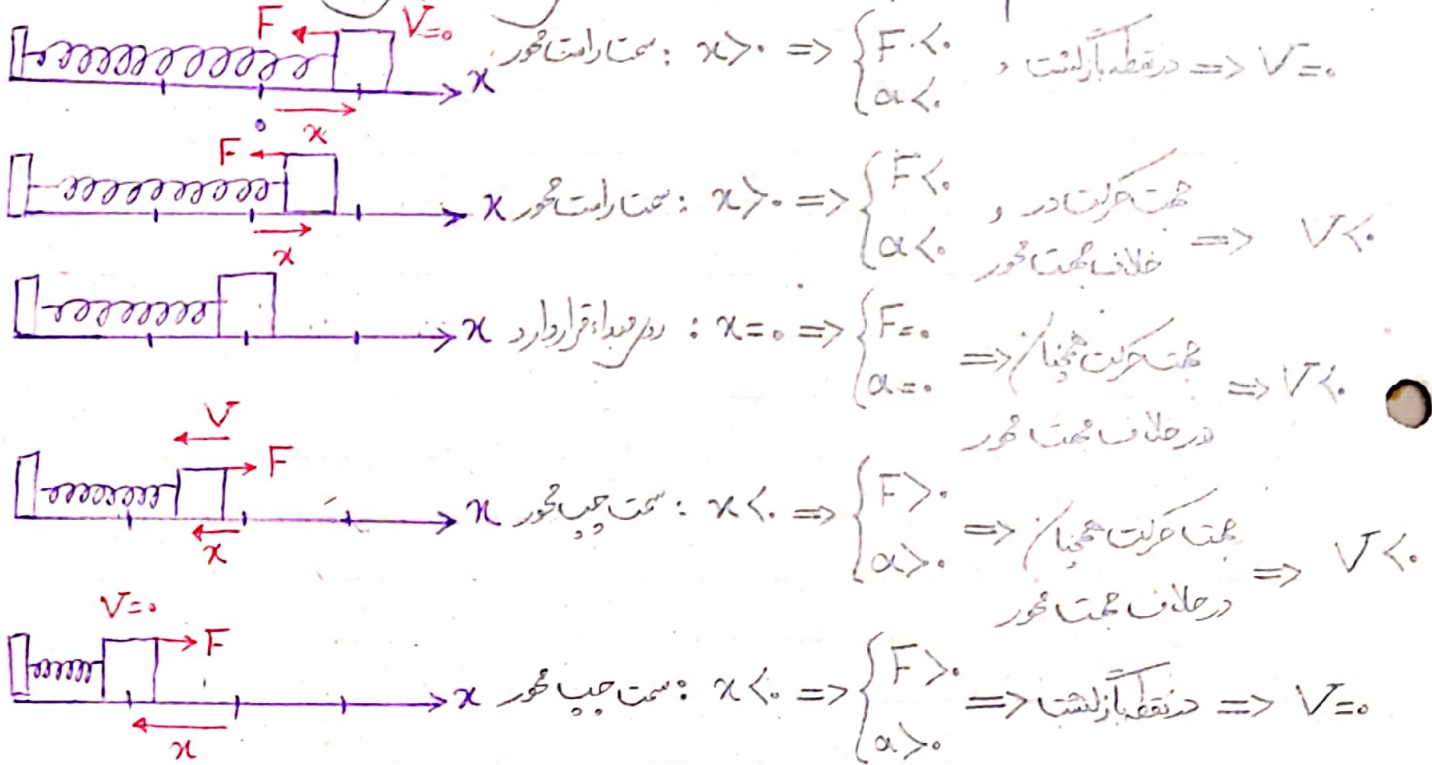
تؤلف: استاد نذیر

نوسان دوج

فصل سوم فیزیک دوازدهم

مثال: یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد. علامت مکان، سرعت، شتاب و نیرو را در هر یک از نقاط مختلف حرکت یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد. علامت مکان، سرعت، شتاب و نیرو را در هر یک از نقاط مختلف حرکت یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد.

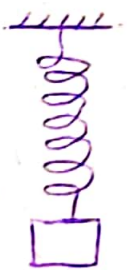
رابطه بین مکان، سرعت و شتاب در یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد. علامت مکان، سرعت، شتاب و نیرو را در هر یک از نقاط مختلف حرکت یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد.



* سامانه جرم-فنر:

یکی از انواع نوسانگر ساده جرم-فنر باشد که محاسبات و آزمایش‌های نشان می‌دهد دوره تناوب این سامانه

بازده از جرم m و فنر با ثابت k برابر است با:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

رابطه فرمول: دوتا پیرامون

برای مقایسه دوره در دو سامانه جرم-فنر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \times \frac{k_1}{k_2}}$$

تأليف: استاد ذیل

نوسان و موج

فصل سوم فیزیک دوازدهم

باتوجه به رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، بسامد زاویه‌ای سامانه جرم-فنر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

مثال: یک سامانه جرم-فنر که در حال حرکت هماهنگ ساده در راستای قائم با دامنه ۸ cm است. اگر ثابت فنر $\frac{2500}{m}$ و جرم جسم ۱ kg بوده و در لحظه $t=0$ این جسم در بالاترین نقطه مسیر نوسان باشد.

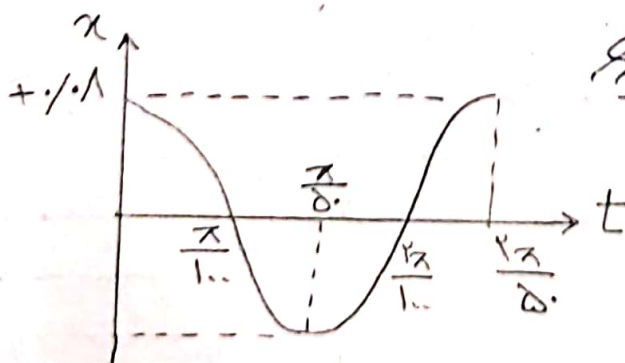
الف) دوره تناوب این نوسانگر را در SI بدست آورید.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2500}} = \frac{2\pi}{50} \text{ s}$$

ب) بسامد زاویه‌ای این نوسانگر را در SI بدست آورید.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2500}{1}} = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

پ) معادله حرکت این نوسانگر را در SI بدست آورید.

$$x = A \cos \omega t \quad \begin{cases} A = 0.08 \text{ m} \\ \omega = 50 \end{cases} \Rightarrow x = 0.08 \cos 50 \cdot t$$


ت) نمودار مکان-زمان این نوسانگر را رسم کنید.

دولف: استاد ذلیل

نوسان و موج

فصل سوم فیزیک دوازدهم

مثال: جسمی خودروهی را با سرشتیان آن 2000 kg است. این خودروهی در چهار فنر با ثابت $1.8 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ سوار شده است. دوره تناوب، بسامد و بسامد زاویه‌ای ارتفاعش خودروهی از جاله‌ی کجی گذر و چقدر است؟ فرض کنید فنر خودروهی به‌طور یکنواخت در فنرهای چهار چرخ توزیع شده است.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{1.8 \times 10^4}} = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{3}{\pi} \text{ Hz}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

* رابطه شتاب - مکان:

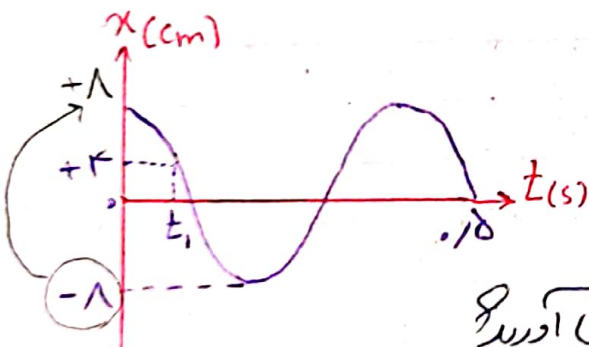
باتوجه به رابطه قانون دوم نیوتن و قانون هوک می‌توان رابطه بین شتاب و مکان نوسانگر را بدست آورد:

$$m\alpha = -kx \Rightarrow \alpha = -\frac{k}{m}x \quad \begin{matrix} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega^2 = \frac{k}{m} \end{matrix}$$

$$\alpha = -\omega^2 x$$

بیشتر مقدار شتاب

$$|\alpha_{\text{max}}| = A\omega^2$$



مثال: نمودار مکان - زمان نوسانگر مطابق شکل زیر است.

الف) دوره، بسامد و بسامد زاویه‌ای این نوسانگر را در SI بدست آورید.

$$A = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad \frac{\Delta T}{4} = 0.1 \text{ s} \rightarrow T = 0.4 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ب) معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.01 \cos 5\pi t$$

ب) مقدار t_1 را بدست آورید.

$$x = 0.01 \text{ m} \quad x = 0.01 \cos 5\pi t \rightarrow 0.01 = 0.01 \cos 5\pi t_1 \Rightarrow \cos 5\pi t_1 = \frac{1}{2}$$

$$5\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{15} \text{ s}$$

(9)

ب) اندازه شتاب این نوسانگر را در لحظه t_1 بدست آورید

اندازه شتاب

$$|a| = |\omega^2 x| \Rightarrow |a| = |(5\pi)^2 \times 0.4| = \pi^2 \text{ m/s}^2$$

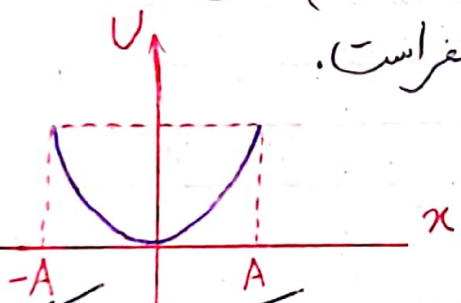
ج) اندازه شتاب این نوسانگر در لحظه رسیدن به مکان $x = -A$ را بدست آورید

* در این نقطه چرخش مکان بیشترین مقدار است > بنابراین شتاب هم بیشترین مقدار را دارد، خواهیم داشت:

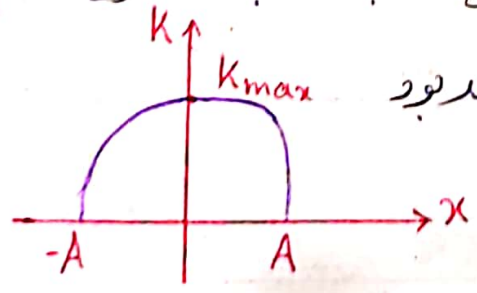
$$|a_{\max}| = |A\omega^2| = |0.8 \times (5\pi)^2| = 2\pi^2 \text{ m/s}^2$$

* انرژی در حرکت نوسانی ساده:

در سامانه جرم-فنر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می شود، به طوری که با افزایش جابه جایی از نقطه تعادل (جایی که فنر نه کشیده و نه گشوده شده است) این انرژی پتانسیل افزایش می یابد. بنابراین انرژی فنر پتانسیل سامانه جرم-فنر در نقاط بازگشتی ($x = \pm A$) بیشینه و نقطه تعادل ($x = 0$) برابر صفر است.



همانطور که می دانیم انرژی جنبشی این سامانه از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ بدست می آید و با توجه به اینکه در نقاط بازگشتی -تندترین نوسانگر برابر صفر است- انرژی جنبشی نوسانگر در این نقاط برابر صفر خواهد بود و از آنجا که در مرکز نوسان -تندترین نوسانگر بیشینه است- انرژی جنبشی نوسانگر در این نقطه بیشینه خواهد بود.

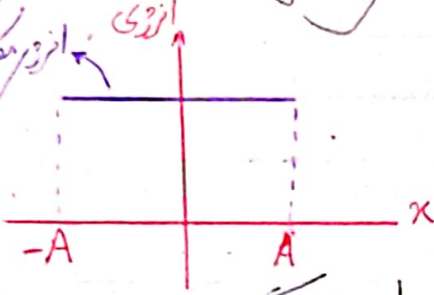


عولف: استاد ذلیح

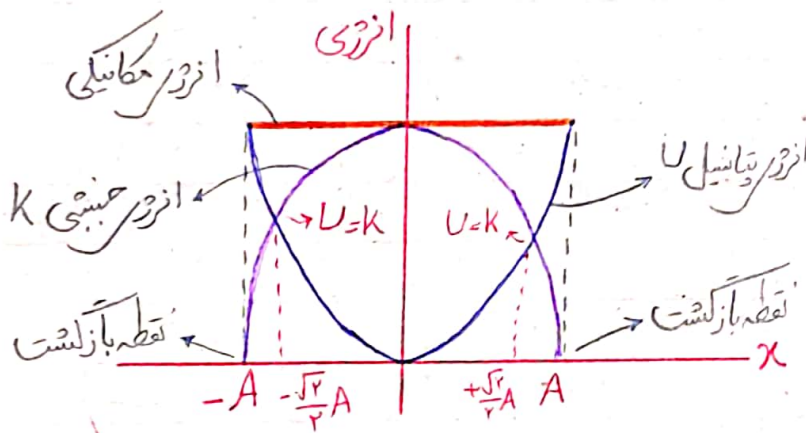
نوس درموج

فصل سیم: انرژی و ارتعاش

همانطور که در طبق انرژی مکانیکی یک سامانه برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن است $(E = K + U)$ چون سطح بدنه اصطکاک است، انرژی مکانیکی سامانه پایسته ماند.



برای این مجموعه انرژی هم جنبشی و پتانسیل در نقاط بازگشتی، نقطه تعادل، و هر نقطه دلخواه دیگر از مسیر با هم برابر است. به همین اندازه که با افزایش جابجایی از نقطه تعادل، انرژی پتانسیل افزایش می یابد. انرژی جنبشی کاهش می یابد و بالعکس.



برای نشان دادن آن که انرژی مکانیکی سامانه در هر نقطه حرکت همواره یکسان است، رابطه زیر بدست می آید:

$$E = \frac{1}{2} K A^2$$

که در آن K ثابت فنر و A دامنه نوسان است.

با ترکیب رابطه فوق با رابطه $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ می توانیم به رابطه مفید زیر برای انرژی مکانیکی هارمونیک در رسم:

$$E = \frac{1}{2} K A^2 \xrightarrow[k = \omega^2 m]{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow{\omega = 2\pi f} E = 2\pi^2 m A^2 f^2$$

* رابطه فوق را می توان به خاطر سپارد (اثبات روابط ممکن است در امتحان نهای بیاید)

۱) همانطور که در رابطه زیر بینیم انرژی مکانیکی نوسانگر مستقل از زمان و مکان است و مقدار آن ثابت است.

$$E = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow E = 2\pi^2 m A^2 f^2$$

۲) می توان از نکات قبل نتیجه گرفت انرژی پتانسیل در دو انتهای نوسان همیشه بوده و در مرکز نوسان صفر است. دلی انرژی جنبشی برعکس انرژی پتانسیل است.

$K=0$	$U=0$	$K=0$
U_{max}	K_{max}	U_{max}
$\vec{A}$	$\vec{0}$	$+\vec{A}$
$K+U_{max}=E$	$U+K_{max}=E$	
$U_{max}=E$	$K_{max}=E$	

$\Rightarrow K_{max} = U_{max} = E$

۳) همیشه مقدار انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است.

$$K_{max} = U_{max} = E$$

۴) با توجه به نکته فوق می توان نتیجه گرفت که حداکثر انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی است و داریم:

$$K_{max} = E \Rightarrow \frac{1}{2} m V_{max}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow V_{max} = A\omega$$

۵) برای مرکز نوسان است که در آنجا سرعت بیشتر و مقدار را دارد. و طبق نکته که در قبل ذکر شده بود داریم:

$$a_{max} = A\omega^2$$

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow \frac{a_{max}}{V_{max}} = \omega$$

مثال (جسمی به جرم 4 kg به تراز افقی با ثابت $\frac{100\text{ N}}{\text{m}}$ متصل است. اگر فترا به اندازه 10 cm فشرده و پس رها کنیم و پس از آن جسم در سطح افقی شروع به نوسان کند با چشم پوشی از اصطکاک شتاب زیر را در SI محاسبه کنید:

الف) بسامد زاویه‌ای نوسانگر؟

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ب) تندر بیشینه جسم؟

$$V_{\max} = A\omega = 0.1\text{ m} \times 5 = 0.5 \text{ m/s}$$

ج) انرژی مکانیکی نوسانگر؟

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \text{ یا } E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2 = 0.5 \text{ J}$$

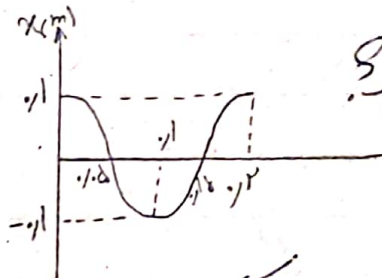
د) انرژی پتانسیل نوسانگر در لحظه‌ای که تندر آن برابر 2.5 cm است؟

$$k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (0.25)^2 = 0.125 \text{ J} \quad E = U + K \Rightarrow 0.5 = U + 0.125 \Rightarrow U = 0.375 \text{ J}$$

مثال) معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت زیر است.

$A = 0.1\text{ m}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10\pi} = 0.2\text{ s}$



الف) نمودار مکان-زمان این نوسانگر را رسم کنید؟

ب) در چه زمانی پس از لحظه $t=0$ برابر نخستین بار تندر نوسانگر بیشینه خواهد بود؟

* در مرکز نوسان $\Rightarrow$ تندر بیشینه است ($x=0$)

$$x=0 \Rightarrow V_{\max} \Rightarrow t = 0.05\text{ s}$$

ج) اندازه تندر بیشینه نوسانگر را در SI بدست آورید؟

$$V_{\max} = A\omega = 0.1 \times 10\pi = \pi \text{ m/s}$$

د) در چه زمانی پس از لحظه $t=0$ برابر نخستین بار تندر نوسانگر صفر خواهد بود؟

* در نقاط بازگشتی ($\pm A$) $\Rightarrow$ تندر صفر است

$$x = \pm A \Rightarrow V=0 \Rightarrow t = 0.1\text{ s}$$

مؤلف: استاد گلرنگ

نوسان دوج

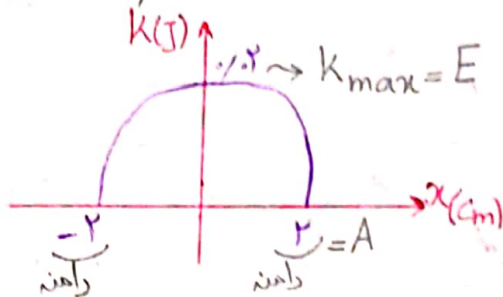
فصل سوم فیزیک دوازدهم

ج) تمام نوسانگر همقد باشند تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل آن شود؟
 $K = U$

$$K + U = E \rightarrow 2K = E \Rightarrow K = \frac{1}{2} E \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} A \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.1 \times 10\pi = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \text{ m/s}$$

مثال) نمودار تغییرات انرژی جنبشی نسبت به مکان یک نوسانگر ساده مطابق شکل است. اگر جرم نوسانگر ۱۰۰g باشد، سبامد زاویه نوسانگر را در SI بدست آورید؟

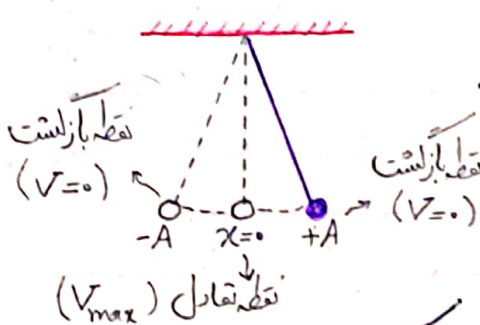


$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 2 \times \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 100 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

* آونگ ساده:

آونگ ساده شامل وزنه کوچکی به جرم m است که از نخ و کش نیامدنی به طول L که سر دیگر آن ثابت شده، آویزان است. اگر زاویه انحراف آونگ از وضع تعادل کوچک باشد، آونگ حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت.



و می توان تبدیل آن را از انرژی نوسانگر هماهنگ ساده در اینجا نیز رفع کرد.

* برابر بدست آوریم سبامد زاویه و دوره آونگ ساده از روابط زیر استفاده می کنیم:

L : طول آونگ

g : شتاب گرانشی

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

نمونه: دو پر مرو نجبار

* برای مقایسه دوره در دو آونگ از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1} \times \frac{g_1}{g_2}}$$

نکته: دوره آونگ به جرم و دامنه آن بستگی ندارد.

مثال ۱: فیزیکدانی یک آونگ ساده به طول 2.44 m را در مکانی در سطح زمین به نوسان درآورد. اگر دور یک نوسان کامل نوسانگر در آن مکان برابر π ثانیه باشد، شتاب گرانشی زمین در آن مکان را در SI بدست آورید؟

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \pi = 2\pi \sqrt{\frac{2.44}{g}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2.44}{g} \Rightarrow g = 9.76 \text{ m/s}^2$$

مثال ۲: اگر شتاب گرانشی زمین در قطب و استوا به ترتیب برابر $\frac{9.83 \text{ N}}{\text{kg}}$ و $\frac{9.78 \text{ N}}{\text{kg}}$ باشد، وقتی ساعت آونگ را با آونگ ساده را از قطب به استوا ببریم:

الف) دوره حرکت آونگ چگونه تغییر می کند؟ قطب $T > T_{\text{استوا}}$ $\xrightarrow{g_{\text{قطب}} < g_{\text{استوا}}}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

ب) ساعت عقب می افتد یا جلو؟ با توجه به اینکه دوره آونگ در استوا بیشتر از قطب است پس یک ثانیه در استوا طولانی تر از قطب است $\Rightarrow$ پس ساعت در استوا عقب می افتد.

مثال ۳: دو آونگ ساده A و B را با هم با دامنه ی کم به نوسان درآوردیم. اگر دوره نوسان آونگ A برابر 1.8 s و دوره نوسان آونگ B برابر 1.5 s باشد، پس از گذشت 36 s ، آونگ B چند نوسان بیشتر از آونگ A انجام می دهد؟

$$T = \frac{t}{n} \begin{cases} T_A = 1.8 \text{ s} = \frac{36}{n_A} \Rightarrow n_A = 20 \\ T_B = 1.5 \text{ s} = \frac{36}{n_B} \Rightarrow n_B = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta n = 4$$

در این مدت زمان، نوسانگر B، ۴ نوسان بیشتر از نوسانگر A انجام می دهد.

* بسامد طبیعی:

در تمام مثال هایی که تا اینجا بررسی کردیم، نوسانگر (مثلاً جرم-فنر یا آونگ ساده) با انحراف از وضع تعادل با بسامدی معین شروع به نوسان می کرد. به بسامد این نوسان بسامد طبیعی گفته می شود. مطابق این تعریف بسامد طبیعی سادانه جرم-فنر و بسامد طبیعی آونگ ساده به صورت زیر است:

این بسامد خاص که فقط به ویژگی ساختار نوسانگر وابسته است بسامد طبیعی نوسانگر نام دارد. f_0 نشان می دهد:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \text{جرم-فنر بسامد طبیعی}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \text{آونگ ساده بسامد طبیعی}$$

* بسامد وارداشته:

اما این نوسانگر می تواند با اعمال یک نیرو خارجی، با بسامد دیگری نیز به نوسان درآید. به چنین نوسانی نوسان وارداشته گفته می شود و بسامد این نوسان را با f غاش می دهند. تذکر: در نوسان جرم وارداشته، f می تواند با f_0 برابر یا شد یا اینکه با آن برابر نباشد.

* نوسان میرا:

تا اینجا از نیروی اتلافی چشم پوشی کردیم، اما در واقعیت نمی توانیم این نیرو را نادیده بگیریم. اگر یک نوسانگر را از حالت تعادل خارج کنیم و پس از آن رها کنیم، یک نوسان آزاد خواهیم داشت. در اثر نیروی اتلافی، دامنه نوسان این نوسانگر، رفته رفته کوچک می شود به طوری که در نهایت نوسانگر متوقف می شود. در این حالت می گوئیم نوسان میرا است.

* مثالی از یک نوسان واراشته، تاب خود را گویی است که به طور دورانی حل داده شود. نوسان تاب بی آنکه در ادامه حرکت حل داده شود مثالی از یک نوسان آزاد است، به طوری که نوسان از تاب، میرا و سرانجام متوقف می شود. ولی وقتی شخصی تاب را حل می دهد، او انرژی تلف شده برابر اصطکاک و مقاومت هوا را جبران می کند و مانع از میرا شدن نوسان تاب می شود.

اگر دامنه نوسان x در تاب بزرگ تر و بزرگ تر شود حالتی از آن است که بساط نوسان x واراشته با بساط طبیعی تاب برابر شود است. در چنین وضعیتی $(f_x = f_y)$ $[f_y: \text{ بساط نوسان واراشته} / f_x: \text{ بساط نوسان طبیعی}]$ اصطلاحاً گفته می شود که برابر نوسانگر تشدید (رزونانس) رخ داده است.

اگر تاب را با بساط طبیعی بیشتر یا کمتر از بساط طبیعی آن حل دهیم. دامنه نوسان کوچک تر از حالتی خواهد شد که آن را با بساط طبیعی اش حل می دهیم.

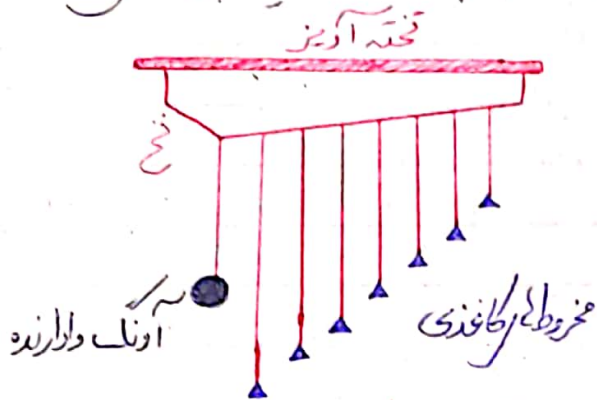
نکته: در حالتی که بساط نیرو با بساط طبیعی نوسانگر برابر نباشد باز هم انرژی در نوسانگر منتقل می شود اما بیشتر میخ انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می شود.

* بدیهه تشدید حمل است مفید یا مشکل را باشد. مثلاً در ساعت گوی این بدیهه مفید است. فنر کوچک نیرو دور بر رفاصک ساعت اعمال می کند. بساط این نیرو با بساط نوسان رفاصک برابر است و در نتیجه تشدید رخ می دهد و باعث می شود که حرکت نوسانی رفاصک ادامه یابد. اما بدیهه تشدید حمل است اثر مخرب نیز داشته باشد و باعث تخریب ساختمان و تأسیسات هنگام وقوع زلزله یا توفان می شود.

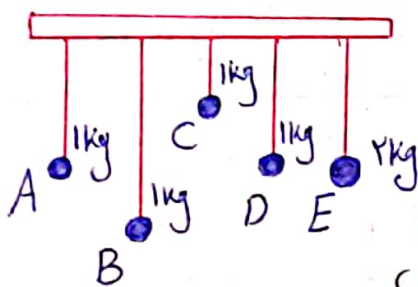
x آونگ لمر بارتول:

آونگ لمر بارتول به آونگ لمری مشابه آونگ لمری شکل زیر کوئید که یکی از روش لمر مشاهده دیده تسدید است. این آونگ لمر شامل یک آونگ سبیل و چند آونگ سبک است. نوسان آونگ سبیل که به آن آونگ وارنده می گوئیم، باعث تاب خوردن فرخ بالای می شود و سایر آونگ لمر را به نوسان در می آورد.

دانه نوسان همه آونگ لمر سبک به جز آنکه طول یکسانی با آونگ وارنده دارد، کوچک است. در حالی که دانه نوسان آونگی که طول آن با طول آونگ وارنده یکسان است، به علت تسدید، بزرگ می شود.



مثال مطابق شکل چند آونگ به تار آویزان شده اند و آونگ A با دانه کم به نوسان در می آید. توضیح دهید آونگ لمر دیگر چگونه نوسان می کنند؟



پاسخ: با نوسان آونگ A همه آونگ لمر دیگر به نوسان در می آیند. اما بیشتر دانه نوسان مربوط به آن آونگی است که شاهد حرکتش

با آونگ A یکی است که با توجه به اینکه شاهد به طول آن بستگی دارد (به جرم آونگ لمر بستگی ندارد)

در نتیجه دیده تسدید در آونگ لمر D و E رخ می دهد.

مثال) طول تعدادی از کمان‌ها که از میله افقی آویزان اند عبارتند از 4 m ، 9 m ، 14 m ، 25 m . با فرض اینکه میله دستخوش نوسان لای افقی با سازه زاویه در کسرت $2\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ تا $4\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ متغیر است، کدام کمان با دامنه کوچک‌تر به نوسان در می‌آید؟ (توجه کنید که در سازه زاویه در سازه مشخصی رخ می‌دهد اما دامنه نوسان در نزدیک این سازه همچنان بزرگ است) $(g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

با ثابت است $\Rightarrow$ بنابراین هم ثابت است $\omega = 2\pi f$ $2 \leq \omega_D \leq 4$

$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{L_1}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = 1.57 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$ بنابراین شدید رخ می‌دهد (عدد 1.57 در بازه $2 \leq \omega_D \leq 4$ نیست)

$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L_2}} = \sqrt{\frac{10}{9}} = 1.11 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$ شدید رخ می‌دهد و دامنه افزایش می‌یابد (عدد 1.11 در بازه $2 \leq \omega_D \leq 4$ قرار دارد)

$\omega_3 = \sqrt{\frac{g}{L_3}} = \sqrt{\frac{10}{14}} = 0.84 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$ شدید رخ می‌دهد و دامنه افزایش می‌یابد (عدد 0.84 در بازه $2 \leq \omega_D \leq 4$ قرار دارد)

$\omega_4 = \sqrt{\frac{g}{L_4}} = \sqrt{\frac{10}{25}} = 0.63 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$ شدید رخ می‌دهد و دامنه افزایش می‌یابد (عدد 0.63 در بازه $2 \leq \omega_D \leq 4$ قرار دارد)

اول به دلیل آنکه سازه در بازه نوسان ساز نیست، بنابراین عمل شدید در آن رخ می‌دهد و دامنه کوچک‌تر می‌گردد.